Die weltweit erste Messung einer Lotabweichung in der Länge

Andreas Schrimpf (Marburg)

Abstract. During the summer of 1837 Christian Ludwig Gerling, a former student of Carl Friedrich Gauss, organized the world wide first determination of a vertical deflection in longitude. From a mobile observatory at the Frauenberg close to Marburg (Hessen) he measured the astronomical longitude difference between the observatory of C.F. Gauss at Göttingen and the observatory of F.G.B. Nicolai at Mannheim. By comparing these astronomical results with the geodetic determined longitude differences, which he just had measured as a part of the triangulation of Kurhessen, he was able to extract a combined value of the vertical deflection of Göttingen and Mannheim. His results are in very good agreement with modern vertical deflection data.

Zusammenfassung. Im Sommer 1837 führte Christian Ludwig Gerling, Schüler von Carl Friedrich Gauß, die weltweit erste Bestimmung einer Lotabweichung in der Länge durch. Vom Frauenberg bei Marburg aus ermittelte er den astronomischen Längenunterschied der Sternwarte von C.F. Gauß in Göttingen zu seiner Messstation am Frauenberg und zur Sternwarte von F.G.B. Nicolai in Mannheim. Durch Vergleich mit den von ihm im Rahmen der Kurhessischen Triangulierung gemessenen geodätischen Längendifferenzen erhielt er die Lotabweichungen in der Länge. Möglich wurde dieses Ergebnis nur durch Gerlings höchst sorgfältige Arbeitsweise, durch ein Ausnutzen der maximalen Möglichkeiten der ihm zur Verfügung stehenden Messgeräte. Seine Ergebnisse stimmen gut mit den heutigen Daten der Lotabweichungen überein.

1. Einleitung

Die Erforschung und Diskussion der Gestalt der Erde hat in der Geschichte der Menschheit sehr deutliche Spuren hinterlassen. Ohne sehr präzise Messinstrumente spricht die Erfahrung der Menschen für eine flache, ebene Welt. Jedoch sind bereits in der Antike die Hinweise auf eine kugelförmige Form der Erde weitgehend anerkannt. Interpretiert man die Beobachtung der täglichen Bewegung der Gestirne am Himmelsfirmament als eine scheinbare Bewegung aufgrund der Eigendrehung der Erde, dann ermöglicht die Rotationsachse der Erde die Definition einer Himmelssphäre, des äquatorialen (sphärischen) Koordinatensystems, in dem alle Gestirne mit zwei Winkeln platziert werden können. Durch eine Vermessung der Höhen der Sterne (z.B. der Polhöhe) kann man die geographische Breite und durch eine Bestimmung der Durchgangszeit der Sterne im Zenitbogen die geographische Länge auf der Oberfläche der angenommenen Erdkugel berechnen. Vergleicht man nun diese aus astronomischen Beobachtungen erhaltenen Koordinaten mit solchen, die durch eine Landvermessung der Erdoberfläche selber bestimmt wurden, so ergibt sich ein differenziertes Bild der Gestalt der Erde: zunächst ist unser Heimatplanet im Mittel durch ein an den Polen abgeplattetes Rotationsellipsoid geometrisch beschreibbar, der Abstand von Pol zu Pol ist um etwa 43 km geringer als der Durchmesser am Äquator. Weiterhin findet man vertikale Abweichungen der physikalischen Erdfigur (dem Geoid) von diesem Rotationsellipsoid im Bereich von etwa ± 100 m. Das Geoid entspricht der Niveaufläche des mittleren globalen Meeresspiegels, die man sich unter den Kontinenten fortgesetzt vorstellen kann. Den Winkelunterschied zwischen der auf dem Geoid senkrecht stehenden physikalisch definierten Lotlinie von der geometrisch definierten Ellipsoidnormalen nennt man Lotabweichung; diese lässt sich sehr präzise durch eine Vermessung der tatsächlich im Zenit stehenden Sterne im Vergleich zu den auf dem Referenzellipsoid erwarteten Zenitsternen bestimmen. Ist schon die Abplattung der Erde ein kleiner Effekt im Bereich nur einiger Promille, so sind die Abweichungen des Geoids vom Referenzellipsoid nochmals um etwa 3 Größenordnungen kleiner. Die Entdeckung und Vermessung der Lotabweichungen ist daher sehr durch die in der jeweiligen Zeit erreichbare Empfindlichkeit der Messmethoden geprägt.

2. Die Erde als Rotationsellipsoid

Die Vermessung der Gestalt der Erde stellte für viele Jahrhunderte eine große Herausforderung dar. In der Antike war es Eratosthenes (um 240 v.Chr.), der die Kugelgestalt der Erde zu Grunde

legte und ihren Radius aus einer gleichzeitigen Messung des Zenitwinkels der Sonne an zwei verschiedenen Orten und der Weglänge, d.h. der Bogenlänge auf einem Meridian zwischen diesen beiden Orten abschätzte. Damit legte Eratosthenes die Grundlage der so genannten „Gradmessung": Man ermittelt den Abstand zweier Orte, die zueinander genau in Nord-Südrichtung gelegen sind, auf der Erdoberfläche und vergleicht dies mit dem aus den zugehörigen Polhöhen von Gestirnen vermessenen Himmelsbogen. Man erhält dadurch eine Information über die geometrische Gestalt der Erde längs eines Meridians, konkret bezüglich der Streckenlänge eines geographischen Breitenunterschiedes. Eratosthenes selber führte die astronomische Breitenmessung durch und übernahm die Angaben zur Länge des Bogens auf der Erde vermutlich aus Angaben von Schrittzählern des ägyptischen Katasters (Torge 2009). Im Vergleich zu heutigen Daten ermittelte er den Radius mit einer Genauigkeit von etwa 10 %. Eine etwas genauere Messung beauftragte im frühen Mittelalter der Bagdader Kalif Al-Ma'mun (um 820). Er ließ einen 2 Grad langen Bogen möglichst exakt bestimmen und erhielt den Erdradius mit einem Fehler von nur etwa 1–2 %.

Im 17. Jahrhundert begannen die Wissenschaftler sich im Zusammenhang mit der Entwicklung des Konzepts der Gravitation Gedanken um den inneren Aufbau der Erde, deren mittleres spezifisches Gewicht und ihrer genauen Form zu machen. Mit einem Fadenpendel, dessen Schwingungsperiode proportional zur Wurzel aus dem Verhältnis von Länge und Gravitationsfeldstärke (Erdbeschleunigung) ist, wurden erste Anzeichen systematischer Abweichungen im Schwerefeld der Erde an Orten unterschiedlicher geographischer Breite festgestellt. Die Interpretation dieser Hinweise lieferte Isaac Newton: ein homogener, flüssiger und rotierender Erdkörper sollte die Gestalt eines Rotationsellipsoides annehmen, also am Äquator und an den Polen unterschiedliche Krümmungen aufweisen. Zur Bestätigung dieser Vermutung veranlasste die französische Akademie der Wissenschaften Gradmessungen in hoher und niedriger geographischen Breite, durchgeführt 1736/37 von Pierre-Louis Moreau de Maupertuis und Alexis-Claude Clairaut in Lappland und von 1735–1744 von Pierre Bouguer, Charles-Marie de la Condamine und Louis Godin in Peru (Torge 2009). Die Ergebnisse dieser Expeditionen ergaben eine an den Polen leicht abgeflachte „Kugel" mit einer Abplattung von etwa 1/300 — das Rotationsellipsoid als geometrische Form der Erde war geboren!

Wohl war den Wissenschaftlern bewusst, dass Gebirge und Meerestiefen nicht durch einen rotationsymmetrischen Körper beschrieben werden konnten, aber im Mittel, so die Idee, sollte die Erde, die sich ja mit sehr hoher Präzision gleichmäßig dreht, einem geometrischen Rotationskörper sehr nahe kommen. Mit dieser Idee und einer verbesserten Messtechnik ausgestattet führten Pierre Méchain und Jean- Baptiste Joseph Delambre wiederum im Auftrag der französischen Akademie der Wissenschaften von 1792 bis 1798 eine große Gradmessung durch (Alder 2005). Ihr Ziel war es, die Streckenlänge für einen etwa 10° großen Meridianbogen der Erde durch Dreiecksmessungen möglichst exakt zu bestimmen und aus dem Vergleich mit den astronomisch ermittelten Polhöhen der Enden dieses Bogens und deren daraus abgeleiteten Breiten nicht nur die Größe der Erde mit bisher ungekannter Präzision zu bestimmen, sondern daraus auch ein Normmaß, das Meter, als Maßstab abzuleiten, welches überall auf der Erde durch eine vergleichbare Messung ebenso bestimmt werden kann.

So erfolgreich diese Messung in ihrer Methodik, in der Anwendung neuer Messgeräte war, so offenbarte sie doch ein überraschendes Ergebnis: der durch Paris verlaufende vermessene Meridianboden zeigte eine etwa doppelt so große Krümmung, eine Abplattung von 1/150 (Laplace 1799, S. 138 ff), wie der aus bisherigen Messungen ermittelte Wert. So kombinierte Delambre die Daten der französischen Gradmessung mit denen der Gradmessung in Peru und verwendete für die Berechnung des Meters eine Abplattung von 1/334 (Torge 2009). Méchain und Delambre und in den folgenden Jahren weitere Wissenschaftler fanden sich zunehmend mit der Erkenntnis ab, dass jeder Meridian der Erde eine eigene Krümmung aufweise, dass die genaue Gestalt der Erde sich nicht durch einen rotationssymmetrischen Körper beschreiben ließe. Dennoch konzentrierte sich die Wissenschaft im auslaufenden 18. und beginnenden 19. Jahrhundert zunächst erst einmal auf eine

möglichst gute Bestimmung des Referenzellipsoids als Beschreibung der mittleren Gestalt der Erde. Der von Henrik Johan Walbeck aus 5 Gradmessungen bestimmte Wert von 1/302,78 (Gauß 1828) wurde u.a. sowohl von Gauß als auch von Gerling für deren Ausgleichsrechnungen verwendet. Mit hoher Sorgfalt bestimmte 1841 Friedrich Wilhelm Bessel aus 10 verschiedenen Gradmessungen und einer Korrektur der Berechnungen der französischen Meridianmessung die mittlere Abplattung zu 1/299,1528 (Bessel 1837 und Bessel 1841) und seit 1979 stellt das GRS80-Ellipsoid mit 1/298,257222101 die allgemein empfohlene beste Beschreibung des globalen Referenzellipsoids dar.

3. Christian Ludwig Gerling

Christian Ludwig Gerling (Abb. 1) wurde 1788 in Hamburg als Sohn eines Pfarrers geboren. Im Gymnasium lernt er seinen langjährigen Freund Johann Franz Encke, später Direktor der Berliner Sternwarte, kennen. Nach dem Abitur studierte Gerling zunächst in Helmstedt Theologie, nahm dann aber nach der Auflösung dieser Universität 1810 sein Studium in Göttingen auf. Dort begegnete er Carl Friedrich Gauß und wechselte unter dessen Einfluss zu den Fächern Mathematik, Astronomie, Physik und Chemie. Er arbeitete unter Leitung von Gauß und Karl Ludwig Harding in der Göttinger Sternwarte, besuchte im Sommer 1811 die Sternwarten in Gotha, Halle und Leipzig und beendete 1812 seine Promotion über die Berechnung des Verlaufs der Sonnenfinsternis von 1820 durch Europa.

Abb. 1: Christian Ludwig Gerling (1788–1864)

Während Gerlings Zeit in Göttingen traf er seinen alten Schulfreund Encke wieder, und begegnete u.a. auch Friedrich Gottfried Bernhard Nicolai (1793—1846), der später die Leitung der Sternwarte in Mannheim übernahm. Gerling nahm nach seiner Promotion eine Stelle als Lehrer eines Gymnasiums in Kassel an und erhielt schließlich 1817 einen Ruf als ordentlicher Professor der Mathematik, Physik und Astronomie an die Philipps-Universität Marburg. Er bliebt der Universität Marburg bis zu seinem Tode im Jahre 1864 treu (Madelung 1996). Gerlings wissenschaftliches Werk ist von zwei Dingen geprägt: in seiner frühen Zeit in Marburg beschäftigte ihn sehr stark die Triangulation Kurhessens. Parallel dazu bewegten Gerling auch weiterhin astronomische Themen. Er konnte allerdings erst 1841 ein eigenes Institutsgebäude mit einer Sternwarte[1] in Marburg in Betrieb nehmen und widmete sich daher vor allem in der späteren Phase seines Schaffens etwas stärker astronomischen Fragen der Zeit, wie z.B. der Beobachtung von Planeten und Asteroiden, der genaueren Vermessung der astronomischen Einheit und der Verbesserung der Sternkarten.

Mit Carl Friedrich Gauß verband Gerling eine lebenslange Freundschaft, zunächst mehr als seinem Lehrer und Mentor, in den späteren Jahren aber beiderseitig als Freunde und Ratgeber. Ein intensiver Briefverkehr zwischen beiden enthält neben wissenschaftlichen Details, die in Publikationen nicht zu finden sind, auch ein beredtes Zeugnis der Beziehung der beiden (Schäfer 1927, Gerardy 1964). Gerling lernte bei Gauß nicht nur den sehr sorgfältigen Umgang mit Messgeräten, die Beachtung und Berücksichtigung aller Messfehler, sondern auch die mathematischen Methoden, die zur Auswertung geodätischer und astronomischer Messungen notwendig sind. Gerling ist

[1] Die Sternwarte prägt auch heute noch weit sichtbar das Gesicht des Fachbereichs Physik der Philipps-Universität Marburg. Siehe Webseite http://www.parallaxe-sternzeit.de des Fördervereins, der sich um Bewahrung und Nutzung des Erbes Gerlings bemüht (Schrimpf/Lipphardt/Heckmann 2010).

nicht nur der Herausgeber eines Lehrbuches der ebenen und sphärischen Trigonometrie (in mehreren Auflagen, die letzte posthum 1865), sondern auch der Vermittler vieler von Gauß entwickelter Methoden, so u.a. der Methode der kleinsten Fehlerquadrate in der Anwendung für geodätische Aufgaben (Gerling 1843). So schreibt Johann Jacob Baeyer (1864) als Nachruf auf Gerling:

„Die mitteleuropäische Gradmessung hat in ihm einen Geodäten ersten Ranges mit reichen Erfahrungen verloren. Er war der einzige noch lebende Mitarbeiter von Gauss an der Hannöverschen Gradmessung, und mit der Methode seines grossen Lehrers, der selbst nichts darüber hinterlassen, vollständig vertraut, so dass er manchen Aufschluss hätte geben können über Fragen, die nun vielleicht für immer im Dunkeln gehüllt bleiben."

4. Die kurhessische Triangulierung

Im Frühjahr 1821 bat Kurfürst Wilhelm II von Hessen Gerling um ein Gutachten über eine Vermessung zur Grundlage einer topographischen Karte Kurhessens. Nach einer ersten geowissenschaftlichen Erkundung im Herbst 1821 und Frühjahr 1822 erhielt Gerling 1822 dann den Auftrag zu Erstellung eines Hauptdreiecknetzes von Kurhessen (Gerling 1839, Reinhertz 1901). Er führte die Vermessungen in zwei Perioden von 1822-1824 und 1835-1837 durch und schloss im Norden an die Hannoversche Gradmessung seines Lehrers an; dabei bezog er u.a. auch das große Gaußsche Dreieck Brocken-Hohehagen-Inselsberg mit ein. Im Süden verband Gerling sein Netz mit einigen Punkten der alten bayerischen und der alten großherzoglich-hessischen Landestriangulation.

Für seine Messungen verwendete Gerling einen 12-zölligen Repetitionstheodoliten von Reichenbach-Ertel und mindestens ein 10-zölliges Universalinstrument von Breithaupt. Als Längenreferenz bei den lokalen Zentrierungsmessungen diente eine Kopie der Toise von Peru (auf der die damalige Meter-Definition beruhte), die er sich vor der zweiten Messperiode von Fortin aus Paris beschafft hatte[2]. Gerlings Triangulation umfasst 24 Punkte I. Klasse und 17 Punkte II. Klasse. Als Basislänge nutzte Gerling die von Gauß aus Heinrich Christian Schumachers Messungen in Holstein abgeleitete Linie „Sternwarte-Meridianzeiche" in Göttingen. Gerling legte seiner Haupttriangulation das Ellipsoid von Walbeck zu Grunde und orientierte sein Netz mit den von Gauß in Göttingen durchgeführten Polhöhen- und Azimutbestimmungen. Er berechnete alle 24 Punkte I. Klasse in einem Guss durch Netzausgleichung[3], ein enormer rechnerischer Aufwand, für den Gauß ihm großen Respekt zollte (Brief Nr. 290 von Gauß, Schäfer 1927). Gerling berechnet den mittleren Fehler seiner Richtungen zu $\pm 0{,}88$" ; eine kritische Nachrechnung von Börsch im Zuge der mitteleuropäischen Gradmessung ergibt einen mittleren Winkelfehler von $\pm 0{,}946$" (Baeyer 1866). Gerlings Arbeiten stellen für Hessen die erstmalige Berechnung eines Triangulationsnetzes auf einem Rotationsellipsoid dar (Heckmann 2012).

Fast 175 Jahre nach Gerlings Pionierarbeit hat das Hessische Landesamt für Bodenmanagement und Geoinformationen (HLBG)eine Bestandsaufnahme der im amtlichen Festpunktnachweis enthaltenen kurhessischen Hauptdreieckspunkte Gerlings durchgeführt (Heckmann 2012). Da Gerling seine Messpunkte zum Teil mit tonnenschweren Steinen markierte, sind diese heute noch gut erhalten. Das Ergebnis ist erstaunlich: 14 Punkte I. Klasse und 6 Punkte II. Klasse sind noch an originaler Lage identitätssicher erhalten. Gezielte Nachforschungen ermöglichten dann sogar die Identifizierung von 2 weiteren noch vorhandenen Punkten I. Klasse, einem erhaltenen Punkt II. Klasse sowie der exakten Rekonstruktion eines dritten Punktes I. Klasse. Anschließend ergab ein Vergleich der Gerlingschen kurhessischen Positionsangaben mit den hochgenauen Koordinaten des heutigen geodätischen Bezugssystems über ganz Hessen betrachtet eine Lagequalität von meist bes-

[2]Das Breithauptsche Universalinstrument und die Toise befinden sich heute in der Physikalischen Sammlung der Philipps- Universität Marburg.

[3]Die Punkte II. Klasse konnten wegen des hohen Aufwandes nicht in die Ausgleichsrechnung eingeschlossen werden und wurden nachträglich hinzugefügt. Auch wurden sie mit geringerer Genauigkeit vermessen.

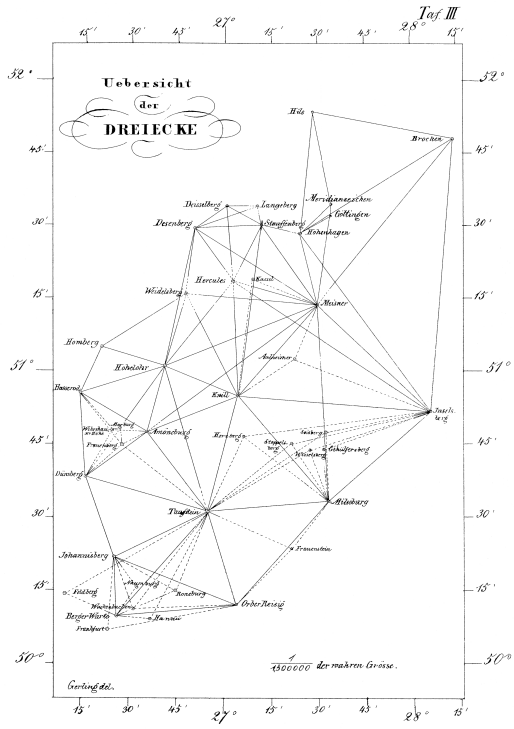

Abb. 2: Netzbild der Kurhessischen Triangulierung von 1822 – 1837 (Gerling 1839)

ser als 20 cm und nur in seltenen Ausnahmen (an den Netzrändern) von schlechter als 30 cm (Heckmann 2012).

5. Die Anfänge der Lotabweichungsmessungen

Die Gradmessungen im 18. und beginnenden 19. Jahrhundert offenbarten in immer stärkerem Maße lokale Abweichungen der Erdfigur von einem Rotationsellipsoid. Wegen des starken Einflusses der Abplattung auf die Bestimmung des Mondortes schlägt z.B. Johann Georg von Soldner vor, für die Beobachtung eine Sternwarte am Äquator in Afrika zu errichten und den zugehörigen Meridian genau zu vermessen (Torge 2009). Pierre-Simon Laplace und von Soldner regen auch die Einführung einer breiten- bzw. längenabhängigen Abplattung an (Torge 2009). Jedoch waren die bisherigen Ergebnisse eher zusätzliche Erkenntnisse aus Messungen, die eigentlich der genaueren Bestimmung der rotationssymmetrischen Gestalt der Erde dienen sollten.

Im Zuge der Diskussion um die Ableitung eines einheitlichen Maßstabs aus dem Umfang der Erde wurde als alternative Messmethode das so genannte Sekundenpendel weiter entwickelt und perfektioniert. Da die Schwingungsdauer eines mathematischen Pendels nur von dessen Länge und der Schwerebeschleunigung abhängt, kann man damit bei bekannter Beschleunigung ein Längennormmaß konstruieren oder aber auch bei bekannter Länge des Pendels die Schwerebeschleunigung absolut messen. Man hatte bereits im 18. Jahrhundert begonnen, parallel zu Gradmessungen auch die lokale Schwerefeldstärke mit solchen Pendeln zu vermessen. Ist die Erde kein rotationssymmetrischer Körper, dann müssen sich die Höhenabweichungen auch in Differenzen der Schwe-

refeldstärke äußern. Dies ist die Grundidee der Gravimetrie, die zweite wichtige Methode neben der Astrogeodäsie (=Vergleich astronomischer und geodätischer Ortsbestimmungen) zur genauen Vermessung der Form Erde. 1818 beschrieb Henry Kater zum ersten Mal die Nutzung eines verbesserten Sekundenpendels, eines Reversionspendels (Kater 1818). Eine begrenzte Anzahl von Messungen wurde ab etwa 1860 ausgeführt, als endlich transportable Geräte entwickelt waren. Jedoch erst im 20. Jahrhundert verhalfen so genannte Freifall-Gravimeter der Schweremessung zum wirklich großen Durchbruch.

Vermutlich die erste bewusste Bestimmung einer lokalen Anomalie der Oberfläche der Erde führte C.F. Gauß 1827 durch und erläutert diese in seinem Bericht über die Bestimmung des Breitenunterschieds zwischen den Sternwarten Göttingen und Altona (Gauß 1828). Gauß bestimmte an beiden Standorten mit einem Ramsdenschen Zenitsektor die Zenitdistanzen einiger Sterne. Dann verglich er die daraus gewonnenen astronomischen bestimmten Breiten mit den bei seiner Gradmessung im Königreich Hannover von 1821–1824 ermittelten geodätischen Breiten. Es ergab sich ein um 5,52“ geringerer astronomischer Breitenunterschied. Unter Ausnutzung einer von Franz Xaver von Zach auf dem Brocken gemessenen astronomischen Polhöhe findet er zwischen Göttingen und dem Brocken einen um 10-11“ größeren astronomischen Breitenunterschied und daraus zwischen Altona und dem Brocken eine Breitendifferenz von 16“! Gauß stellt in seiner Publikation fest, dass solch ein Unterschied nichts Außergewöhnliches sei, ja dass man dies, wenn nur die Genauigkeit der Messmethoden um ein bis zwei Größenordnungen höher sei, sicher an jedem Punkt der Erde feststellen könne. Jedoch verweist er darauf, dass erst „*die künftigen Jahrhunderte die mathematische Kenntniss der Erdfigur sehr viel werden weiter bringen können*“ (Gauß 1828; näheres hierzu siehe z.B. Wittmann et al. 2010).

Mit dieser nicht gerade ermutigenden Anmerkung lag Gauß sehr richtig. Auffallend ist an all den bisher aufgeführten astro-geodätischen Messungen, dass diese immer nur den astronomisch und geodätisch ermittelten Breitenunterschied im Fokus hatten und jeweils auf demselben Meridianbogen vermessen wurden. Um die unregelmäßige Form der Erde zu beschreiben, führte man den Begriff der Lotabweichung ein: das gemessene Lot einer Beobachtungsstation differiert um die Lotabweichung von der Richtung des Lots auf dem Referenzellipsoid (Definition nach Helmert, Torge 2003). Dabei wird die Abweichung auf der Referenzfläche im Allgemeinen durch zwei Koordinatenrichtungen beschrieben, zum Beispiel (und am sinnvollsten) durch eine Lotabweichung in der Breite (d.h. in Süd-Nord-Richtung) und eine in der Länge (d.h. in West-Ost-Richtung). Heute gibt man die Lotabweichungskomponenten ξ und η wie folgt an (Torge 2003):

$$\xi = \phi - \varphi \qquad \eta = (\Lambda - \lambda)\cos\phi$$

Dabei bedeuten ϕ die astronomische Breite,
φ die geodätische Breite,
Λ die astronomische Länge und
λ die geodätische Länge.

Während man für eine Breitenmessung die Zenithöhen von Sternen (bzw. die Polhöhe des Beobachtungsortes) feststellt, muss bei einer Längenbestimmung die Durchgangszeit von Sternen im Meridian notiert werden. Längenbestimmungen sind also Zeitmessungen. Sind schon Breitenmessungen mit der erforderten Präzision sehr aufwendig, so gilt dies umso mehr für Längenmessungen. Um eine Längenmessung mit einer Genauigkeit von etwa einer Zehntel Bogensekunde (0,1“) durchzuführen, bedarf es einer Genauigkeit in der Zeitmessung von $0{,}1/15$ sec = 0,006 Sekunden! Mit dieser Genauigkeit muss eine Zeitdifferenz an verschiedenen Orten der Erde bestimmt werden, um eine Präzision von 0,1“ in der Lotabweichung der Länge zu erreichen, keine sehr einfache Aufgabe im 19. Jahrhundert!

Im Jahr 1824 unternahm Nicolai eine Längenbestimmung in der Gegend von Mannheim, die man als Vorläuferarbeit zu Gerlings Messungen werten kann (Nicolai 1825). Als Teil einer von

der französischen Regierung vorgeschlagenen Vermessung eines Längenbogens ermittelte Nicolai gemeinsam mit dem französischen Ingenieur-Obristen Henry sowie mit Johann Gottlieb Friedrich von Bohnenberger und Friedrich Magnus Schwerd die astronomischen Längendifferenzen von Straßburg über Tübingen und Speier bis nach Mannheim. Mittels Pulversignalen wurden die Uhren der vier Sternwarten synchronisiert und die jeweilige lokale Sternzeit anhand des Durchgangs einiger Bessel'scher Fundamentalsterne gemessen. Die Differenz der Sternzeiten entsprach dann den gesuchten Längenunterschieden. Ein Vergleich ergab „*eine vortreffliche Übereinstimmung*" (so Nicolai) der geodätischen und astronomischen Daten für die Differenz Mannheim-Straßburg (geodätisch 2' 54,05"), einen Unterschied von 0,35" für die Längendifferenz von Mannheim zu Tübingen (geodätisch 2' 21,91") und eine Abweichung von 0,16" für die Längendifferenz von Mannheim zu Speier (geodätisch 4,90"). Nicolai verstand die astronomischen Messungen als Bestätigung der geodätischen Daten und erwartete ganz offensichtlich auch keinen Unterschied!

6. Gerlings Längendifferenz-Messungen am Frauenberg im Sommer 1837

Zum Abschluss der kurhessischen Triangulierung beabsichtigte Gerling — genau wie auch Nicolai zuvor, eine Kontrollmessung durchzuführen, eine astronomische Längenbestimmung über das von ihm geschaffene Dreiecksnetz (Gerling 1838). Da Sternwarten mit größeren standfesten Geräten präzisere Ergebnisse ermöglichen, wählte er die Sternwarten Göttingen im Nordosten und Mannheim, etwa auf der gleichen Länge wie der am südwestlichen Netzrand befindliche Feldberg gelegen, aus. Bei diesen Messungen halfen in Göttingen Gauß und dessen Assistent Carl Benjamin Goldschmidt, in Mannheim unterstützte ihn Nicolai. Gerling selber verfügte 1837 noch nicht über eine Sternwarte und wählte daher als Messpunkt in der Nähe von Marburg den Frauenberg, eine kleine Erhöhung etwa 6 km südöstlich von Marburg gelegen. Am Frauenberg hatte Gerling im Rahmen seiner kurhessischen Triangulierung mithilfe eines Stangensignales einen Dreieckspunkt II. Klasse auf der dortigen Ruine festgelegt. Für die nun geplanten weitergehenden Messungen stellte Gerling zunächst einen schweren Steinpfeiler auf, den er als Standort für den 10-Zoll Theodolit nutzen wollte. Ein weiterer sehr wichtiger Teil seiner Messstation war ein Box-Chronometer von Kessels, eine Präzisionsuhr, die er kurz zuvor angeschafft hatte und die ihm später als Sternwartenuhr diente. Die Aufgabe bestand darin, die Uhren der drei Sternwarten höchst präzise zu synchronisieren und dann an jedem Standort eine Sternzeitbestimmung vorzunehmen, um daraus den astronomischen Längenunterschied zu ermitteln. Gerling wählte die Zeit zwischen dem 24. August und dem 9. September 1837 für das geplante Messprogramm aus.

Die Sternzeitmessungen waren eine Routinetätigkeit der damaligen Sternwarten. Die aus Durchgangsmessungen ermittelten lokalen Sternzeiten von Göttingen und Mannheim erhielt Gerling von Gauß und Nicolai. Der Steinpfeiler am Frauenberg stellte sich als unsicheres Fundament für den Theodolit heraus, da er zu frisch gesetzt war und der Boden noch etwas nachgab. So hat Gerling die lokale Zeit anhand von korrespondierenden Sonnenhöhen vermessen; diese Ergebnisse waren genauer als die Durchgangsmessungen mit dem Theodoliten auf dem noch unstabilen Steinpfeiler.

Die wirkliche Herausforderung bestand in der Synchronisation der Uhren. Diese konnte nur durch Lichtsignale hergestellt werden, war also sehr wetterabhängig. Da der Hohe Meißner in Nordhessen von Göttingen und von Marburg aus bei klarem Wetter sichtbar ist, und der Feldberg im Taunus von Mannheim und Marburg aus erspäht werden kann, nutzte Gerling diese beiden Berge als Signalstationen. Dort stationierte Mitarbeiter hatten die Aufgabe, in der späten Nachmittagssonne mit Heliotropen Signalfolgen im Abstand von 8 Minuten gleichzeitig an die jeweils benachbarten Sternwarten zu schicken. Mit der einbrechenden Nacht wurden dann Pulversignale gezündet. Die Signale vom Hohen Meißner und vom Feldberg wurden um 4 Minuten versetzt verschickt, so dass am Frauenberg alle 4 Minuten ein Lichtsignal aus der südwestlichen oder nordöstlichen Richtung ankam. Dies wurde während des angesetzten Zeitrahmens im Spätsommer 1837 an jedem möglichen Nachmittag und Abend wiederholt. Tagsüber wurde die Zeit mit korrespondierenden Sonnenhöhenmessungen und nachts mit Sterndurchgangsmessungen festgehalten und

so der Gang der Uhren kontrolliert. Wetterbedingt waren natürlich nicht alle verschickten Signale beobachtbar. Von den insgesamt vermessenen 256 Signalen vom Meißner und 136 vom Feldberg bildeten 116 korrespondierende Signale beider Stationen die sicherste Basis für die Synchronisation der Uhren.

Ein weiterer wichtiger Bestandteil von Gerlings Projekt war die Verringerung der Messfehler durch eine sehr präzise Bestimmung der Reaktionszeit der Beobachter, der so genannten persönlichen Gleichung. Zeitmessungen erfolgten immer durch visuelle Beobachtung eines Durchgangs. Der Beobachter sieht den auf eine Linie zulaufenden Stern und gibt genau beim Durchgang ein Zeichen, bei dem ein Mitarbeiter die Zeit an einer Uhr abliest. Solch eine Messung ist nicht wiederholbar, kann nicht überprüft werden. Man kann nur hoffen, den Messfehler durch Wiederholungen statistisch ermitteln zu können. Gerling hat dazu die beobachtenden Kollegen in Göttingen und Mannheim besucht und mit ihnen gleichzeitig Sterndurchgänge und Durchgänge eines Pendels vermessen. Dadurch bestimmte er nicht nur die Größe des Messfehlers jedes der Beobachter, sondern auch deren persönliche Reaktionszeit, ein Offset der Zeitmessung. Der Offset war beträchtlich, so dass Gerling dies in einem Brief an Gauß (Brief Nr. 294, Schäfer 1927) besonders erwähnt und damit frühere Längenbestimmungen zwischen Helgoland und Greenwich und Paris und Greenwich in Frage stellt!

Zum Abschluss erhielt er als Ergebnis folgende Längenunterschiede, von ihm angegeben im Zeitmaß:

Göttingen-Frauenberg:	$4^{m}\,36{,}19^{s} \pm 0{,}0152^{s}$
Frauenberg-Mannheim:	$1^{m}\,19{,}67^{s} \pm 0{,}0208^{s}$
Göttingen-Mannheim:	$5^{m}\,55{,}86^{s} \pm 0{,}0258^{s}$.

Gerling schaffte es also immerhin, den Messfehler auf etwa 0,025 Sekunden in der Zeitmessung und damit auf ca. 0,4" in Winkeleinheiten zu begrenzen.

Mit diesem Ergebnis endet die Publikation Gerlings in den Astronomischen Nachrichten — und die wirkliche Bedeutung dieser Messungen wird ihm erst im folgenden Briefkontakt mit Carl Friedrich Gauß klar! Er äußert Gauß gegenüber die deutliche Abweichung der astronomischen Längenbestimmung von der geodätischen. Daraufhin verweist Gauß auf seine Lotabweichungsmessung zwischen Altona und Göttingen und die von ihm bereits 1828 veröffentlichten Gedanken zur erwarteten Unregelmäßigkeit der Erde (Brief Nr. 296, Schäfer 1927). Es ist diese Anmerkung, die Gerling die Augen vollends öffnet: er hat die erste Lotabweichungsmessung in der Länge durchgeführt und die gefundene Differenz der astronomischen und geodätischen Längen stellt ein neues Ergebnis dar. Diese Messung hat eine Tür zu einer neuen Qualität von Messungen aufgestoßen! Er schreibt in seiner Antwort an Gauß (Brief Nr. 297, Schäfer 1927):

„*Wenn ich mich hier also eines großen Irrtums und eines Mangels an Gründlichkeit in Benutzung Ihrers* § [gemeint ist ein Abschnitt aus Gauß' Publikation von 1828] *selbst anklagen muß, so kann ich mich doch vielleicht damit trösten, daß wahrscheinlich keine „5 Menschen in Europa existieren", welche den § in diesem Sinne beherzigt haben. … Ich sehe mich deshalb zunächst veranlaßt, von meiner eigenen Arbeit in dieser Beziehung einen anderen und vernünftigeren Gebrauch zu machen, als ich anfangs nach nicht gehörig aufgeklärten Begriffen beabsichtigte; und ist dieses ein neues großes Verdienst, welches Sie um dieser Arbeit haben.*"

In der 1839 erschienenen Veröffentlichung der Resultate der kurhessischen Triangulierung fand Gerling dann andere sehr deutliche Worte (Gerling 1839, Seite 204 ff) als in seiner Publikation von 1838. Diesmal weist er auf den qualitativen Unterschied der astronomischen und geodätischen Messung hin und führt als Ergebnis die gefundenen Differenzen in den Längen auf:

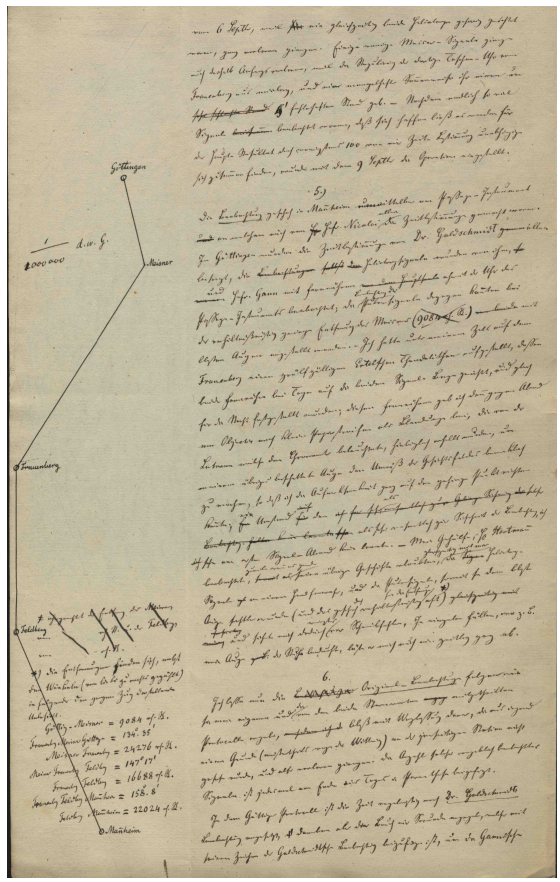

Abb. 3: Auszug aus dem Manuskript von Gerlings Veröffentlichung zur Längendifferenzmessung (Gerling 1839): Es handelt sich um den Anfang des 5. Kapitels. Links am Rand ist eine nicht maßstabsgerechte Skizze zu finden, die nicht in der Publikation enthalten ist. (Universitätsbibliothek Marburg, Nachlass von Christian Ludwig Gerling. Ms. 352, Blatt 3v; Nachdruck mit freundlicher Genehmigung).

	astronomische Längendifferenz	geodätische Längendifferenz	Abweichung
Göttingen-Frauenberg	1° 09‘ 02,85“	1° 09‘ 19,49“	– 16,6“
Frauenberg-Mannheim	19‘ 55,05“ [4]	19‘ 42,85“ [5]	+12,2“
Göttingen-Mannheim	1° 28‘ 57,90“	1° 29‘ 02,32“	– 4,4“

Die gefundenen Unterschiede zwischen astronomischen und geodätischen Längendifferenzen sind im Rahmen von Gerlings angegebenen Fehlern signifikant und passen gut zur Größenordnung der von Gauß festgestellten Breitenabweichungen in Norddeutschland.

7. Vergleich mit späteren Messungen

In den folgenden Jahren ergänzten Gerling und seine Mitarbeiter diese ersten Messungen der Längendifferenzen noch um Angaben zur Lage der 1841 in Betrieb genommenen Sternwarte am

[4] Gerling hat diese Zahl nicht angegeben. Sie wurde der Vollständigkeit halber aus den anderen Daten der Tabelle errechnet.

[5] Das gleiche gilt für diese Angabe.

Renthof, am Schlossberg in Marburg. Nach ihrer Einrichtung bestimmte Gerling zunächst durch eine kleine Triangulation die geodätische Position der Beobachtungssäule seiner Sternwarte (Gerling 1843, 2) wie folgt: Länge von Ferro[6] = 26° 26‘ 2,1“, Breite = 50° 48‘ 46,9“.

Die astronomische Länge der Sternwarte ermittelte Ernst Wilhelm Klinkerfues, ein Student von Gerling und späterer Nachfolger von Gauß als Direktor der Sternwarte in Göttingen, aus vergleichenden Sternbedeckungen mit Bezug auf Berlin als Referenz (Gerling 1855). Er fand die astronomische Länge der Sternwarte Gerlings: $18^m\,28{,}38^s$ westlich von Berlin. Interessant ist, dass Klinkerfues in dieser Publikation mit folgender Anmerkung zitiert wird: „*Da es aber nur sehr wenig Orte gibt, deren Länge eben so gut oder gar besser bestimmt ist, als die von Marburg, so erschien es mir nicht gut gethan, alle Beobachtungen, für den Zweck wenigstens, auf welchen ich mich beschränkte, zu berücksichtigen. Selbst die an Hauptsternwarten angestellten correspondierenden Beobachtungen habe ich nicht zugezogen, wenn, wie in zwei Fällen, die Correctionen der Tafeln durch Greenwicher Meridianbeobachtungen bekannt waren.*” Damit wird erneut die Schwierigkeit guter Längenmessungen hervorgehoben.

Und schließlich unternimmt Richard Mauritius im Rahmen seiner Dissertation (Mauritius 1862) eine astronomische Breitenbestimmung der Sternwarte Gerlings mithilfe von Messungen im 1. Vertikal, einer von Bessel und anderen eingeführten sehr fehlerarmen und somit genauen Methode zur Bestimmung der Polhöhe. Mauritius fand für die astronomische Breite der Sternwarte Gerlings: 50° 48‘ 44,09“.

Die astronomische Länge berechnet er mit dem Ergebnis von Klinkerfues und einer Angabe der Länge von Berlin aus dem Berliner Jahrbuch. Allerdings verwendet er dazu die geodätische Position der Sternwarte in Berlin (30° 03‘ 30“ östlich von Ferro) statt der ebenfalls angegebenen zeitlichen Lage östlich von Greenwich ($53^m\,35{,}5^s$ entsprechend 30° 03‘ 53,375“ östlich von Ferro). Er fand also die astronomische Länge der Sternwarte Gerlings bezogen auf Ferro: 26° 26‘ 24,3“. Somit konnte Mauritius nun für die Sternwarte in Marburg eine Abweichung der Längendifferenzen zu Berlin von +22,2“ und eine Lotabweichung in der Breite von +2,81“ angeben.

Die Ergebnisse der Längendifferenzmessungen sind nicht zu verwechseln mit Angaben zur Lotabweichung, denn es sind ja Vergleiche der Messdaten zweier entfernter Messstationen. Um die wahren Lotabweichungen zu erhalten, muss man offensichtlich ein möglichst dichtes Netz von Messstationen über das ganze Land legen. Jede Messstation muss ein Ergebnis für eine geodätische und eine astronomische Lagebestimmung liefern. Genau dies war ein wichtiger Aspekt der mitteleuropäischen Gradmessung (Baeyer 1861), zu der Baeyer ab 1862 viele europäische Länder gewinnen konnte. Im Unterschied zu Gerlings Messungen konnten die Wissenschaftler sich nun allerdings schon der Telegrafie bedienen, d.h. die sehr aufwendige Synchronisation der Uhren über Lichtsignale entfiel komplett. Gerlings Messung ist in dieser Hinsicht einmalig. Es blieb aber im 19. Jahrhundert nach wie vor die Schwierigkeit der visuellen Beobachtung, d.h. der Eliminierung von Reaktionszeiten der Beobachter. Argelander hatte daher sehr deutlich angeregt, „*sämtliche Polhöhen und Längenbestimmungen über das ganze zu untersuchende Areal der Gradmessung von denselben Beobachtern, etwa 4 an der Zahl, und mit völlig gleichen Instrumenten ausführen zu lassen*”, was leider in der Praxis nicht „*in aller Strenge hat durchgeführt werden können*” (Hilfiker 1885). Albrecht, Bruns und Hilfiker beschäftigten sich mit der Berechnung des Längennetzes in Europa und veröffentlichten die Ergebnisse zu den astronomischen Längenbestimmungen der Sternwarten (Hilfiker 1885). Aber das Netz dieser Längenmessungen war immer noch nicht ausreichend dicht. Erst im 20. Jahrhundert gelang es mit modernen Gravimetern und Zenitkameras sowohl gravimetrisch als auch astronomisch ein wesentlich dichteres Netz von Messpunkten zu realisieren und so Karten von Lotabweichungen zu erstellen.

[6]Zu Gerlings Zeiten wurden die geographischen Längen noch auf den Meridian von Ferro (El Hierro) bezogen, der westlichsten der Kanarischen Inseln. Der (damals angenommene!) Meridian von Ferro liegt 17°40‘00“ westlich von Greenwich, dem heutigen (astronomischen) Nullmeridian.

Die folgende Tabelle 1 enthält eine Aufstellung von Gerlings Messungen und einen Vergleich mit den Längenbestimmungen der mitteleuropäischen Gradmessung sowie mit modernen Daten.

Die geodätischen Koordinaten auf dem heutigen globalen Referenzellipsoid GRS80 beziehen sich auf das Europäische Terrestrische Referenzsystem 1989 (ETRS89) und wurden vom Hessischen Landesamt für Bodenmanagement (HLBG) vom Landesamt für Geoinformation und Landentwicklung Niedersachsen (LGLN) sowie vom Landesamt für Geoinformation und Landeentwicklung Baden-Württemberg (LGL) zur Verfügung gestellt. Die Lotabweichungen auf dem GRS80 wurden vom Bundesamt für Kartographie und Geodäsie (BKG) aus dem aktuellen Geoidmodell für Deutschland unter zusätzlicher Berücksichtigung der lokalen Massenverteilungen im Umfeld der betreffenden Stationen ermittelt. Die astronomische Länge der Sternwarte Marburg berechnete Mauritius aus der von Klinkerfues ermittelten astronomischen Längendifferenz zu Berlin, verwendete dazu jedoch die Angabe der geodätischen Lage im Berliner Jahrbuch. Zur Einschätzung der Qualität der Marburger Messungen sind nur die jeweils grau schattierten Angaben zu den astronomischen Breiten und den astronomischen Längendifferenzen relevant. Zum einen zeigt die Tabelle den Fortschritt in der Erhebung der Daten. Die Abweichungen der einzelnen Positionsangaben liegen in der Regel über den angegebenen Messfehlern — was für darin versteckte systematische Fehler spricht.

Die astronomische Längendifferenz zwischen Göttingen und Mannheim wurde von Gerling sehr präzise ermittelt, die Abweichung zu den heutigen Daten beträgt 0,75“! Eine deutliche Abweichung von 10,07“ zeigt sich jedoch bei der Längendifferenz zum Frauenberg hin. Gerling errechnete die gesamte Differenz zwischen Göttingen und Mannheim aus der Summe der Werte von Göttingen zum Frauenberg und der vom Frauenberg nach Mannheim. Daher spricht eine zu große Differenz jeweils zum Frauenberg hin deutlich für einen Offset in der Bestimmung der lokalen Sternzeit bzw. mittleren Zeit am Frauenberg. Gerling selber erwähnte zu genau diesem Punkt, dass der eigens für die Zeitmessungen errichtete Steinpfosten sich nicht als stabil genug erwies und die dort aus Sterndurchgängen ermittelten Zeiten keine Verbesserungen zu seinen aus korrespondierenden Sonnenhöhen bestimmten Zeiten ergaben. Die Sonnenhöhen hat Gerling mit einem Steinheilschen Prismenkreis und einem künstlichen Horizont gemessen. Mit der daraus berechneten mittleren Zeit kontrollierte er den Lauf seiner Präzisionsuhr. So konnte er einen Sprung in der täglichen Gangdifferenz im Bereich von 0,2 Sekunden nach einem stürmischen und kalten Tag nachweisen; aber vermutlich ist der Fehler letztendlich doch in der mit dem Prismenkreis bestimmten Zeit zu suchen. Solch präzise Zeitmessungen sind mit standfesten und größeren Geräten sehr viel besser durchzuführen als mit einem relativ kleinen Prismenkreis. So sind die Zeitbestimmungen in Göttingen und Mannheim sehr gut und eine ganz wesentliche Grundlage für Gerlings Ergebnis!

Gerlings astronomische Längendifferenzmessung zwischen Göttingen und Mannheim ist aber beispiellos perfekt und zu bewundern; der große Aufwand zur Synchronisation der Uhren hat sich gelohnt. Gerling konnte entgegen der zurückhaltenden Meinung von Gauß zeigen, dass es mit den Methoden in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts wirklich möglich war, den Lotabweichungen auf die Spur zu kommen. In diesem Sinne gebührt ihm neben C.F. Gauß ein respektabler Platz in der Geschichte der Erforschung der Lotabweichungen unserer Erde.

	Göttingen, Sternwarte	Frauenberg, Steinpfeiler	Marburg, Sternwarte	Mannheim, Sternwarte	Längendifferenz Göttingen-Mannheim	Längendifferenz Göttingen-Frauenberg
geodätische Breite, Walbeck	51° 31‘ 47,850“	50° 45‘ 27,751“	50° 48‘ 46,884“	49° 29‘ 14,681“		
astronomische Breite, 1862			50° 48‘ 44,09“ (Mauritius 1862)			
geodätische Breite, GRS80	51° 31‘ 42,943“	50° 45‘ 23,494“	50° 48‘ 42,583“	49° 29‘ 11,385“		
Lotabweichung ξ, BKG 2012	+4,813“	−0,168“	+0,765“	−0,013“		
astronomische Breite, heute	51° 31‘ 47,756“	50° 45‘ 23,326“	50° 48‘ 43,348“	49° 29‘ 11,372“		
geodätische Länge (Ferro), Walbeck	27° 36‘ 28,200“	26° 27‘ 08,712“	26° 26‘ 02,100“	26° 07‘ 27,712“	1° 29‘ 02,32“	1° 09‘ 19,49“
astronomische Länge, 1839/1862	27° 36‘ 26,40“ (Ref. Mannheim)	26° 27‘ 23,55“ (Ref. Mannheim)	26° 26‘ 24,3“ (1862, Ref. Berlin)	26° 07‘ 28,5“ (Nicolai/Wurm)	1° 28‘ 57,90“	1° 09‘ 02,85“
astronomische Länge, 1885	27° 36‘ 35,944“			26° 07‘ 38,689“	1° 28‘ 58,255“	
geodätische Länge (Ferro), GRS80	27° 36‘ 34,022“	26° 27‘ 15,677“	26° 26‘ 09,080“	26° 07‘ 34,912“	1° 28‘ 59,110“	
Lotabweichung $\eta/\cos\varphi$, BKG 2012	−0,775“	+4,651“	+6,566“	+1,184“		
astronomische Länge (Ferro), heute	27° 36‘ 33,247“	26° 27‘ 20,328“	26° 26‘ 15,646“	26° 07‘ 36,096“	1° 28‘ 57,151“	1° 09‘ 12,919“

Tabelle 1: Zusammenstellung verschiedener Breiten- und Längenmessergebnisse

Danksagung: Am 9. September 2012 jährte sich das Ende von Gerlings Längendifferenzmessungen am Frauenberg zum 175. Male. Herr Hans-Jürgen Will, ehemaliger Mitarbeiter im Hessischen Landesamt für Bodenmanagement und Geoinformation Wiesbaden (HLBG), regte aus diesem Anlass am Tag des offenen Denkmals 2012 eine öffentliche Präsentation von Gerlings astronomisch-geodätischen Aktivitäten an. Dies war auch der Anstoß zur Aufbereitung der historischen Unterlagen für diese Publikation, dafür sei ihm herzlichst gedankt. Herr Bernhard Heckmann (HLBG) trug durch fundierte Diskussionsbeiträge sowie durch die Beschaffung der aktuellen Positions- und Lotabweichungsdaten wesentlich zur Klärung und Einordnung von Gerlings Messungen bei — auch dafür herzlichen Dank. Und nicht zuletzt sei auch dem Bundesamt für Kartographie und Geodäsie (BKG) – Außenstelle Leipzig — Dank für die Ermittlung und Bereitstellung aktueller Lotabweichungsangaben ausgesprochen.

Literatur:

Alder, Ken (2005): „*Das Maß der Welt – Die Suche nach dem Urmeter*", Goldmann Verlag, München, 1. Aufl.

Baeyer, Johan Jacob (1861): „*Über die Größe und Figur der Erde*", Verlag von Georg Reimer, Berlin.

Baeyer, Johann Jacob (1864): „*General-Bericht über die mitteleuropäische Gradmessung pro* 1863", Verlag von Georg Reimer, Berlin.

Baeyer, Johann Jacob (1866): „*General-Bericht über die mitteleuropäische Gradmessung für das Jahr* 1865", Verlag von Georg Reimer, Berlin.

Bessel, Friedrich (1837): „*Bestimmung der Axen des elliptischen Rotationssphäroids, welches den vorhandenen Messungen von Meridianbögen der Erde am meisten entspricht*", Astron. Nachr. 14, 333.

Bessel, Friedrich (1841): „*Über einen Fehler in der Berechnung der französischen Gradmessung und seinen Einfluss auf die Bestimmung der Figur der Erde*", Astron. Nachr. 19, 97.

Gauß, Carl Friedrich (1828): „*Bestimmung des Breitenunterschiedes zwischen den Sternwarten von Göttingen und Altona*", Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen. Nachdruck in: C.F. Gauß Werke, 9. Bd., B.G. Teubner, Leipzig 1903.

Gerardy, Theo (Hrsg.) (1964); „*Christian Ludwig Gerling an Carl Friedrich Gauss. Sechzig bisher unveröffentlichte Briefe*", (= Arbeiten aus der Niedersächsichen Staats- und Universitätsbibliothek Band 5), Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen (1964).

Gerling, Christian Ludwig (1838): „*Die Längenunterschiede zwischen Göttingen (Altona), Marburg und Mannheim bestimmt durch Lichtsignale*", Astron. Nachr. 15 (351&352), 249.

Gerling, Christian Ludwig (1839): „*Beiträge zur Geographie Kurhessens und der umliegenden Gemeinden*", Johann Christian Krieger's Verlagsbuchhandlung, Cassel.

Gerling, Christian Ludwig (1843): „*Die Ausgleichsrechnungen der practischen Geometrie oder die Methode der kleinsten Fehlerquadrate in der Anwendung für geodätische Aufgaben*", F. und A. Perthes, Hamburg und Gotha.

Gerling, Christian Ludwig (1843): „*Geodätische Festlegung des Dörnberger-Hof-Thurms zu Marburg*", Astron. Nachr. 20 (458), 25.

Gerling, Christian Ludwig (1855): „*Lage von Marburg aus Sternbedeckungen*", Astron. Nachr. 40 (954), 293.

Heckmann, Bernhard (2012): „*Die Gerling'sche Haupttriangulation von Kurhessen – neuere Erkenntnisse und Wiederentdeckungen*", DVW-Mitteilungen Hessen/Thüringen 1/2012, 2.

Hilfiker, Jakob (1885): „*Ausgleichung des Längennetzes der Europäischen Gradmessung*", Astron. Nachr. 112, 145.

Kater, Henry (1818): „An account of experiments for determining the length of the pendulum vibrating seconds in the latitude of London". Phil. Trans. R. Soc. (London) 104 (33): p. 109.

Laplace, Pierre Simon (1799), „*Traité de Méchanique Céleste*", Bd. 2, VII, Paris.

Madelung, Otfried (1996): „*Das mathematisch-physikalische Institut der Universität Marburg 1800 bis 1920*", Selbstverlag des Fachbereich Physik der Philipps-Universität Marburg.

Mauritius, Richard (1862): „*Bestimmung der Polhöhe von Marburg*", Dissertation, Marburg.

Nicolai, Friedrich Bernhard (1825): „*Resultate von Pulver-Signalen zu geographischen Längen-Bestimmungen in der Gegend von Mannheim, im Sommer 1824 angestellt*", Astronomisches Jahrbuch für das Jahr 1828, Bd. 53, Seite 127, Hrsg. J.E. Bode, Berlin.

Reinhertz, Carl (1901): „*Christian Ludwig Gerling's geodätische Thätigkeit*", Zeitschr. f. Vermessungswesen 30.

Schäfer, Clemens (1927): „*Briefwechsel zwischen Carl Friedrich Gauß und Christian Ludwig Gerling*", Otto Elsner Verlagsgesellschaft M.B.H., Berlin.

Schrimpf, Andreas; Lipphardt, Jörg; Heckmann, Bernhard (2010): „*Wiederentdeckungen an der alten Gerling-Sternwarte in Marburg*", DVW-Mitteilungen Hessen/Thüringen 2/2010, 27.

Torge, Wolfgang (2003): „*Geodäsie*", Walter de Gruyter GmbH & Co KG, Berlin, 2. Auflage.

Torge, Wolfgang (2009): „*Die Geschichte der Geodäsie in Deutschland*", Walter de Gruyter GmbH & Co KG, Berlin, 2. Auflage.

Witmann, A., Nehrkamp, H.-H., Quaiser, R., Kompart, H. (2010), „*Der ‚Gaußsche Meridian' Göttingen-Altona*", Mitt. Gauß-Ges. 47, S. 63 – 81.

Anschrift des Verfassers:

Priv. Doz. Dr. Andreas Schrimpf
Fachbereich Physik der Philipps-Universität Marburg
Renthof 5
D-35032 Marburg
e-mail: andreas-schrimpf@physik.uni-marburg.de